

Calculer le charme discret de la continuité

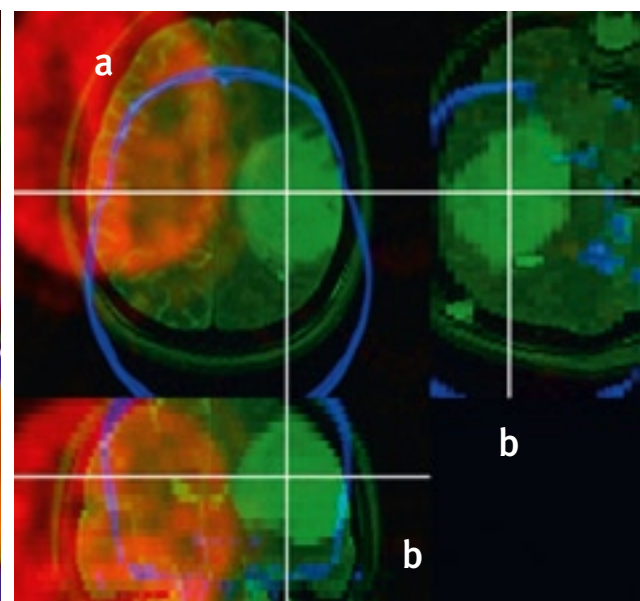
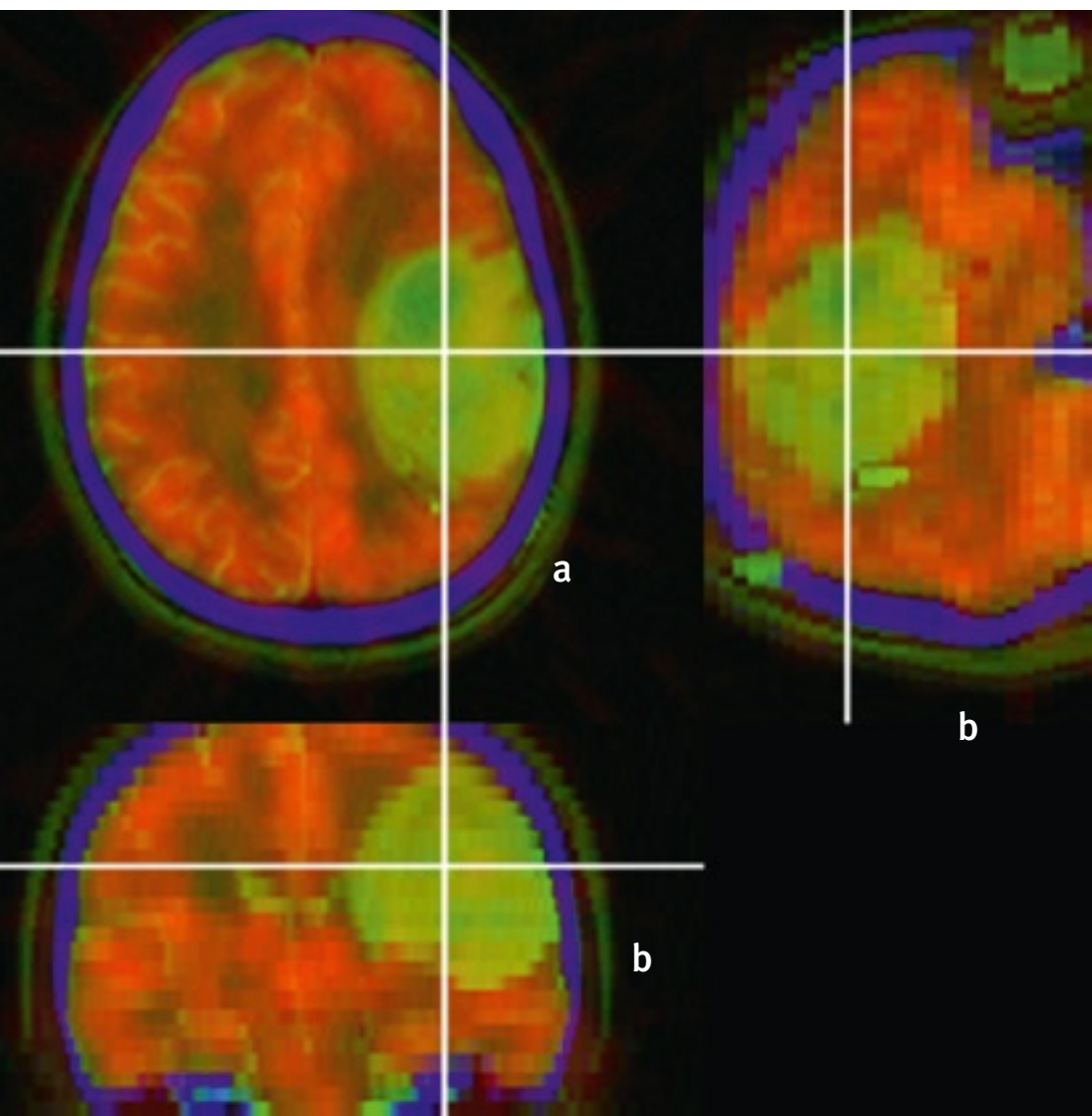
Le traitement des images médicales a pu être fortement amélioré et accéléré grâce à des fonctions mathématiques appelées splines. Michael Unser a apporté une contribution essentielle dans ce secteur, tant sur le plan de la théorie que des applications.

PAR PATRICK ROTH

Les procédés d'imagerie assistée par ordinateur comme la scanographie ou l'imagerie par résonance magnétique (IRM) sont indissociables de la médecine moderne. Ils transforment en points image, c'est-à-dire en pixels, les valeurs « discrètes » que mesure le scanner. Ces images pixellisées et assemblées en mosaïques numériques représentent des coupes du corps humain sur lesquelles il est possible d'identifier différents tissus en haute résolution. La prise en compte de ces coupes dans l'ordinateur permet également de calculer des représentations en 3D du squelette et des organes.

Les pixels: des tours Lego

« Une représentation visuelle en pixels n'est cependant qu'une approximation très grossière de la réalité », souligne Michael Unser, directeur du Laboratoire d'imagerie biomédicale (LIB) à l'EPFL. En effet, à l'inverse de ce qui se produit dans la nature, il n'existe pas de transitions continues entre les données discrètes. En réalité, les pixels s'apparentent beaucoup plus à un jeu de Lego, où la valeur numérique de chaque pixel correspondrait à une tour de briques carrées de Lego, explique ce spécialiste du traitement des signaux et de l'image. Les valeurs discrètes des différents pixels sont



Coupes du cerveau obtenues au moyen de divers procédés d'imagerie. Grâce aux splines, des représentations visuelles grossières (b) deviennent plus nettes (a).

Biomedical Imaging Laboratory/EPFL

donc séparées les unes des autres par au moins une épaisseur de Lego.

Mais pour préparer les données de la même image à l'aide d'opérations mathématiques, il est nécessaire de disposer d'une représentation continue des signaux mesurés. Pour pouvoir traiter les données discrètes recueillies par les scanners de manière précise tout en limitant l'investissement en temps de calcul, on cherche pour chaque ensemble de données une fonction mathématique qui passe par tous les points mesurés et présente une courbure générale minimale. Au lieu de faire passer une formule mathématique unique à travers tous les points de l'image – ce qu'on appelle un polynôme de degré n – Michael Unser utilise des splines, c'est-à-dire un grand nombre de segments courts à partir desquels il construit la courbe continue recherchée. Ces segments de courbe s'assemblent en continu au niveau exact des points discrets, qui se transforment ainsi en jonctions «lisses». (Pour les mathématiciens, la courbe formée par les splines est «lisse»

lorsque l'ensemble de la courbe peut être différencié deux fois en chaque point).

Se rapprocher en continu de la réalité

«Dans le domaine du traitement des signaux, on s'est rendu compte dans les années 1960 déjà que les splines conviennent mieux à l'interpolation de valeurs mesurées que les polynômes de haut degré, car ces derniers sont susceptibles de présenter une forte oscillation à proximité immédiate des points mesurés», explique Michael Unser. En mathématique, on appelle interpolation une méthode qui permet de construire une courbe continue à partir de la donnée d'un nombre fini de points discrets et voisins. L'interpolation par des splines permet d'opérer un rapprochement continu avec la réalité à partir de l'univers anguleux des Lego.

Mais cette méthode ne s'est imposée qu'en 1999, lorsque Michael Unser a relevé dans un article pionnier certaines conceptions erronées à propos des splines et a réussi à prouver leur applicabilité univer-

selle pour le traitement des signaux. Voici quelques exemples de l'amélioration et de l'accélération qu'ils ont rendues possibles dans le domaine de l'imagerie médicale: rotation et agrandissement d'images, superposition de scans de patients issus de différents procédés d'imagerie et «reconnaissance» automatique de structures anatomiques. «Il y a quelques années, une équipe internationale de chercheurs a comparé 160 méthodes d'interpolation différentes et apporté la preuve que les splines représentent le meilleur compromis entre qualité et investissement de calcul», ajoute Michael Unser.

Ce chercheur né à Zoug étudie depuis dix ans avec le soutien du Fonds national suisse les propriétés de ces assemblages de courbes polynomiales et leur application dans le domaine du traitement des images. Ses derniers travaux de recherche indiquent que les splines représentent un concept applicable de manière générale en mathématique. «Les splines peuvent être utilisés dans d'autres domaines que le traitement des signaux, précise-t-il. On peut s'en servir aussi dans l'analyse numérique et fonctionnelle.» Ils sont ainsi devenus incontournables dans le calcul numérique de l'évolution météo et on les utilise aussi pour améliorer la suppression des nuisances sonores et la compression de données musicales. Il se pourrait parfaitement que les splines soient le «missing link», le chaînon manquant, entre le monde des signaux mesurés de manière discrète et le continuum de la réalité. ■